女性の労働時間と子供数は同時に増加するか

坂　爪　聡　子

要　旨

本論では、家計内の子供の需要に関するモデルを用いて、女性の市場労働時間と子供の需要との関係について分析した。本論のモデルは、基本的には Becker の家計内生産に関するモデルを参考にするが、子供の生産要素間の関係について女性の市場労働時間の増加による育児時間の減少分は保育サービスなどの育児市場財により代替されると仮定した。そして、女性の賃金の上昇や育児市場財の価格の低下により労働時間と子供の需要がともに増加するのは、育児時間と育児市場財の代替可能性が高い場合であることがいえた。

キーワード　子供の需要　市場労働供給　家計内生産関数

1．は　じ　め　に

日本では1970年代半ば以降、合計特殊出生率が低下し続け、少子化現象が進行している。この要因として、女性の就業機会の増加、労働賃金の上昇、そしてそれに伴う晩婚化現象の進行等が指摘されており、女性の就業が出生率に与える負の影響について多くの分析がなされている。近年、少子化対策として、女性が仕事と育児を両立できる環境を整えることが急がれており、また、長期的にも少子化の進行により女性労働力の重要性が高まることが指摘されている。では、実際、女性の就業率と出生率が同時に上昇するようなケースはあるのだろうか。本論では、このようなケースが生じる条件について検討する。

本論では、家族の経済学の立場から女性の市場労働時間と子供の需要の関係について考察する。すなわち、子供を Becker（1965）により定義された家計内生産物と考え、家計内生産に関する一般的なモデルを参考にして子供の需要に関する意思決定をモデル化する[1)]。そして、このモデルを用いて市場労働時間と子供の需要の関係を分析し、女性の労働時間と子供数が同時に増加するケースについて考察する。

女性の就業と子供の需要の関係についての分析には、Mincer（1963）や Willis（1974）などの先行

1）家計内生産物とは家計内において市場財と生活時間を投入して生産され、消費される様々なものとする。例えば、食事、住居、子供、レクリエーション、家族間の愛情等がある。生産に投入される生産要素について、市場財は労働時間と賃金によって決まり、生活時間は総時間から労働時間を引いたものである。家計は家計内生産物を最大にするように、生活時間と労働時間を配分する（Becker（1965））。

研究がある。Mincer は、育児の機会費用として妻の賃金に注目し、賃金の上昇により子供のコストが増加すると考え、妻の賃金は出生率に対して負の影響があることを実証した。さらに、女性の就業率と子供数との間に負の関係があることも証明した。また、Willis は、家計内生産物の消費面と生産面とを統合した家計内における一般均衡システムを構築し、子供の需要について分析した。その際、妻の就業状態について就業しているケースと無就業のケースにわけ、他の家計内生産物より子供の生産が時間集約的である場合には、妻の就業率と子供数の間に負の関係が成り立つことを指摘した。しかし、妻の市場労働時間の決定や、女性の賃金率と子供数の関係については、詳細には分析されていない。

本論でも、基本的には Becker の家計内生産に関するモデルを参考にするが、子供の生産要素間の代替関係について新たな仮定をおく。子供の生産要素である育児時間と育児市場財（保育サービスなど子供の生産に投入される市場財）との関係について、女性の市場労働時間の増加による育児時間の減少分は育児市場財により代替されるとし、育児市場財の量は市場労働時間に依存すると仮定する。そして、このモデルを用いて、女性の市場労働時間と子供の需要の関係について比較静学分析を行う。その際、女性の市場労働賃金と育児市場財の価格に注目し、これら2 変数の変化によって、市場労働時間と子供の需要がどのように変化するのかということを考察する。本論の分析では、上記の女性の賃金の上昇や育児市場財の価格の低下により女性の労働時間と子供の需要がともに増加するケースは、育児時間と育児市場財の代替可能性に依存して導出されることがいえる。

本論は以下のように構成されている。まず、第2 節では、Becker の家計内生産に関するモデルを参考にして子供の需要に関する意思決定をモデル化する。続いて第3 節では、第2 節のモデルを用いて女性の市場労働時間と子供の需要の関係について比較静学分析を行う。

２．モデル

本論では、子供を家計内生産物の1 つと考え、以下では、Becker（1965）の家計内生産に関するモデルを参考にして子供の需要に関する意思決定をモデル化する。

ここでは、家計内生産物を子供とそれ以外の家計内生産物にわけ、家計の効用はこの2 変数に依存するものとする。このとき、家計の効用関数を次のように与えられる。

$$U = U(C, Z) \tag{1}$$

ここで、C は子供を表し、Z は子供以外の家計内生産物を表すものとする。効用関数は凹関数で、微分可能性など通常の仮定は満たされているものとする。家計内生産物は市場財と生活時間を投入して生産されるものとし、子供と他の家計内生産物の生産関数をそれぞれ以下のようにおく。

$$C = f_C(x_C, t_C) \tag{2}$$

$$Z = f_Z(x_Z, t_Z) \tag{3}$$

ここで、x_C は子供の生産に投入される市場材（以下では育児市場財と呼ぶ）、t_C は子供の生産に投入される生活時間（以下では育児時間と呼ぶ）、x_Z は他の家計内生産物の生産に投入される市場財、t_Z は他の家計内生産物の生産に投入される生活時間を表している。ここでは簡単化のため、他の家計内生産物の生産に投入される生活時間は一定とし、$t_Z = \bar{t}_Z$ とする。このとき、（3）式は、

$$Z = f_Z(x_Z, \bar{t}_Z) \tag{4}$$

となる。なお、生産関数はともに凹関数で、微分可能性など通常の仮定は満たされているものとする。このとき、家計の予算制約は以下のように与えられる。

$$p_C x_C + p_Z x_Z = w_f l \tag{5}$$

ここで、p_C は x_C 1 単位の価格、p_Z は x_Z 1 単位の価格を表し、l は女性の市場労働時間、w_f は女性の賃金率を表している[2)]。育児時間と市場労働時間については、

$$T = l + t_C + \bar{t}_Z \tag{6}$$

が成立している。T は女性の総時間を表しており、所与とする。

本論では、子供の生産に投入される生産要素間の代替関係について以下の仮定をおく。子供の生産要素である育児時間と育児市場財との関係について、女性の市場労働時間の増加による育児時間の減少分は育児市場財により代替されるものとし、育児市場財の量は市場労働時間に依存すると仮定する[3)]。

ここでは、育児市場財 x_C の量と市場労働時間の関係は、

$$x_C = h_C(l) \tag{7}$$

で表されるものとし、$dx_C/dl > 0$ が成立している[4)]。（7）式の形状は、育児時間と育児市場財の代替可能性の程度に依存し、代替可能性が低いほど $\partial x_C/\partial l$ の値は小さくなるものとする[5)]。このとき、$T' = T - \bar{t}_Z$ とすると、（2）式は、

$$C = f_C(h_C(l), T' - l) \tag{8}$$

と書き換えられる。

2）ここでは簡単化のため、女性以外の家計構成員の所得と生活時間を表す変数は省略している。これらの変数を導入しても、以下の分析について同様なことがいえる。

3)（6）式より、女性の労働時間と育児時間の合計は一定であることから、これらの関係がいえる。

4）これは、育児市場財 x_C の量は労働時間によって決まり、労働時間が増えて育児時間が減少すると、育児市場財が増加することを意味する。

5）代替可能性は、育児市場財の種類（質）や供給状況などに依存すると考えられる。（7）式の形状について例を挙げると、例えば、すべての育児時間が育児市場財と 1 対1 で代替可能であるとすると、（7）式は傾き 1 の線形となる。また、育児市場財の供給が不十分であるとき（保育サービスの不足や多様化が不十分であるとき）や、育児時間の中で育児市場財と代替不可能な部分（例えば親子間の愛情など）が大きくなると、（7）式の傾きは緩やかになる。

以上の仮定のもとで、効用最大化問題を解くと、l と x_Z に関して以下の式が導出される[6)]。

$$l = l\,(w_f,\ p_C,\ p_Z) \tag{9}$$

$$x_Z = x_Z\,(w_f,\ p_C,\ p_Z) \tag{10}$$

（8）式に（9）式を代入することにより、子供の需要関数

$$C = C\,(w_f,\ p_C,\ p_Z) \tag{11}$$

が求められる。

3．比較静学分析：女性の市場労働時間と子供の需要の関係

以上のモデルを用いて、女性の市場賃金と育児市場財の価格の変化によって、女性の市場労働時間と子供の需要がどのように変化するのかということを分析する。（9）式を w_f と p_C について微分すると、

$$\frac{\partial l}{\partial w_f} = \frac{1}{D}\lambda {p_Z}^2 \frac{A_{x_z}}{\eta_{Ux_z}}\left(\eta_{Ul} + \frac{\eta_{Ux_z}}{A_{x_z}}\right) \tag{12}$$

$$\frac{\partial l}{\partial p_C} = -\frac{1}{D}\lambda {p_Z}^2 \frac{\partial x_C}{\partial l}\frac{A_{x_z}}{\eta_{Ux_z}}\left(\frac{\eta_{Ul}}{\eta_{x_C l}} + \frac{\eta_{Ux_z}}{A_{x_z}}\right) \tag{13}$$

が導出される。ここで、D は縁付きヘシアンの行列式で、$D>0$ が成立しているとする。η_{ij} はそれぞれ以下のことを表している。まず、η_{Ul} と η_{Ux_z} はそれぞれ、労働時間 l と生産要素 x_Z の量の変化率に対する、効用 U の変化率の比、つまり弾力性を示しており、

$$\eta_{Ul} = \frac{C}{U}\frac{\partial U}{\partial C}\cdot\ \frac{l}{C}\frac{\partial C}{\partial l} \tag{14}$$

$$\eta_{Ux_Z} = \frac{Z}{U}\frac{\partial U}{\partial Z}\cdot\ \frac{x_Z}{Z}\frac{\partial Z}{\partial x_Z} \tag{15}$$

で表される[7)]。（14）式は効用の l 弾力性、（15）式は効用の x_Z 弾力性を示している。（14）式右辺の $\partial C/\partial l$ については、

$$\frac{\partial C}{\partial l} = \frac{\partial C}{\partial x_C}\frac{dx_C}{dl} - \frac{\partial C}{\partial\,(T'-l)} \tag{16}$$

が成立している。次に、（13）式の $\eta_{x_C l}$ は、

6）これらは、ラグランジュ関数 $L = U + \lambda(\,w_f l - p_C x_C - p_Z x_Z\,)$ を、l，x_Z，λ について微分してゼロとすることによって求められる1階の条件から導出される。なお、（9）式と（10）式について、外生変数 T' は省略している。

7）弾力性とは、労働時間や生産要素の量が1％変化するとき、効用はそれぞれ何％変化するかを表している。

$$\eta_{x_{C}l}=\frac{l}{x_C}\frac{dx_C}{dl}$$

となり、$\eta_{Ul}/\eta_{x_{C}l}$ は、効用の x_C 弾力性を表している。最後に、A_{x_Z} については、

$$A_{x_z}=\eta_{MRSx_z}+\eta_{MPx_z} \tag{17}$$

が成立している。(17) 式について、η_{MRSx_z} は、限界代替率 MRS の x_Z 弾力性を表しており、η_{MPx_z} は、要素 x_Z に対する限界生産性 MP の弾力性を表している[8)]。従って、A_{x_Z} は、生産要素 x_Z に対する限界代替率の弾力性と限界生産性の弾力性を合計したものである。なお、すべての η_{ij} について $\eta_{ij}>0$ が成立している。

このとき、(12) 式と (13) 式の符号は、(14) 式の符号に依存して、以下の2ケースについて導出される。まず、$\frac{\partial C}{\partial x_C}\frac{dx_C}{dl}>\frac{\partial C}{\partial t_C}$ である場合は、$\frac{\partial C}{\partial l}>0$ が成立し、(14) 式の符号はプラスになる。この場合、(12) 式と (13) 式について、$\frac{\partial l}{\partial w_f}>0$ と $\frac{\partial l}{\partial p_C}<0$ が成立する。このケースでは、(11) 式を w_f と p_C について微分した偏微係数について、

$$\frac{\partial C}{\partial w_f}=\frac{\partial C}{\partial l}\frac{\partial l}{\partial w_f}>0$$

$$\frac{\partial C}{\partial p_C}=\frac{\partial C}{\partial l}\frac{\partial l}{\partial p_C}<0$$

が成立する。従って、このケースでは w_f が上昇するか p_C が低下すると、l と C の両方が増加する。

次に、$\frac{\partial C}{\partial x_C}\frac{dx_C}{dl}<\frac{\partial C}{\partial t_C}$ である場合は、$\frac{\partial C}{\partial l}<0$ が成立し、(14) 式の符号はマイナスになる。

この場合、(12) 式と $\frac{\partial C}{\partial w_f}$ については、

$$\frac{\partial l}{\partial w_f}>0 \quad \frac{\partial C}{\partial w_f}<0 \quad \text{if} \quad -\eta_{Ul}<\frac{\eta_{Ux_z}}{A_{x_z}}$$

$$\frac{\partial l}{\partial w_f}<0 \quad \frac{\partial C}{\partial w_f}>0 \quad \text{if} \quad -\eta_{Ul}>\frac{\eta_{Ux_z}}{A_{x_z}}$$

が成立する[9)]。また、(13) 式と $\frac{\partial C}{\partial p_C}$ については、

$$\frac{\partial l}{\partial p_C}<0 \quad \frac{\partial C}{\partial p_C}>0 \quad \text{if} \quad -\frac{\eta_{Ul}}{\eta_{x_{C}l}}<\frac{\eta_{Ux_z}}{A_{x_z}}$$

---

8) η_{MRSx_z} については $\eta_{MRSx_z}=-\frac{x_Z}{MRS_{ZC}}\frac{dMRS_{ZC}}{dx_Z}$ $(MRS_{ZC}=\frac{MU_Z}{MU_C})$ が成立しており、η_{MPx_z} について $\eta_{MPx_z}=-\frac{x_Z}{MP_{x_z z}}\frac{dMP_{x_z z}}{dx_Z}$ が成立している。

$$\frac{\partial l}{\partial p_C}>0 \quad \frac{\partial C}{\partial p_C}<0 \quad \text{if} \quad -\frac{\eta_{Ul}}{\eta_{x_C l}}>\frac{\eta_{Ux_z}}{A_{x_z}}$$

が成立する[10)]。従って、このケースでは w_f が上昇するか p_C が低下すると、l と C が逆の方向に変化する。

以上のことをまとめると下の表のようになる。

	$\frac{\partial C}{\partial x_C}\frac{\partial x_C}{\partial l}>\frac{\partial C}{\partial t_C}$	$\frac{\partial C}{\partial x_C}\frac{\partial x_C}{\partial l}<\frac{\partial C}{\partial t_C}$	
w_f	$\frac{\partial l}{\partial w_f}>0 \quad \frac{\partial C}{\partial w_f}>0$	$-\eta_{Ul}<\frac{\eta_{Ux_z}}{A_{x_z}}$	$\frac{\partial l}{\partial w_f}>0 \quad \frac{\partial C}{\partial w_f}<0$
		$-\eta_{Ul}>\frac{\eta_{Ux_z}}{A_{x_z}}$	$\frac{\partial l}{\partial w_f}<0 \quad \frac{\partial C}{\partial w_f}>0$
p_C	$\frac{\partial l}{\partial p_C}<0 \quad \frac{\partial C}{\partial p_C}<0$	$-\frac{\eta_{Ul}}{\eta_{x_C l}}<\frac{\eta_{Ux_z}}{A_{x_z}}$	$\frac{\partial l}{\partial p_C}<0 \quad \frac{\partial C}{\partial p_C}>0$
		$-\frac{\eta_{Ul}}{\eta_{x_C l}}>\frac{\eta_{Ux_z}}{A_{x_z}}$	$\frac{\partial l}{\partial p_C}>0 \quad \frac{\partial C}{\partial p_C}<0$

上記の表より以下のことがいえる。(市場労働時間の変化による)育児市場財の変化のほうが、育児時間の変化より子供の生産量を大きく変化させる場合、賃金の上昇あるいは育児市場財の価格の低下により、市場労働時間と子供の需要はともに増加する[11)]。一方、育児時間の変化のほうが子供の生産量を大きく変化させる場合、賃金の上昇あるいは育児市場財の価格の低下により、子供の需要は増加するが市場労働時間は減少するケースと子供の需要は減少するが市場労働時間は増加するケースが導出されるものの、子供の需要と市場労働時間ともに増加するケースは導出されない[12)]。

以上から次のことがいえる。育児市場財と育児時間の代替可能性(dx_C/dl の値)が大きいときは、賃金が上昇するかあるいは育児市場財の価格が低下すると、育児市場財の限界生産性($\partial C/\partial x_C$)が育児時間の限界生産性($\partial C/\partial t_C$)を上回るかぎり生産要素は育児時間から育児市場財にシフトして、労働時間と子供は増加する[13)]。しかし、育児市場財の供給が不十分であるかあるいは育児時間の中で育児市場財と代

9）条件について詳細に検討してみる。1つめの条件である不等式について、左辺は l の増加による(C が減少するため)U の減少率を表し、右辺は x_Z の増加による U の増加率を x_Z が増加するときの MRS と MP の減少率の合計で割ったものである。このとき、$\partial l/\partial w_f>0$ が成立するための十分条件は、$-\eta_{Ul}<\eta_{Ux_z}$ かつ $A_{x_z}<1$ である。つまり、l の増加による U の減少より x_Z が増加による U の増加のほうが大きく、かつ x_Z が増加するときの MRS と MP の減少が小さいケースと考えられる。なお、2つめの条件についても同様に考えることができる。

10）条件について詳細に検討してみる。1つめの条件である不等式について、左辺は(l の増加による)x_C の増加による U の減少率を表している。注9と同様に考えると、$\partial l/\partial w_f>0$ が成立するのは、(l の増加による)x_C の増加による U の減少より x_Z が増加による U の増加のほうが大きく、かつ x_Z が増加するときの MRS と MP の減少が小さいケースと考えられる。なお、2つめの条件についても同様に考えることができる。

11）つまり、市場労働時間を増やして育児市場財を増加させたほうが、育児時間を増やすより、子供の生産量が増えるケースである。

12）このケースでは、$\frac{\partial C}{\partial l}<0$ が成立していることからも上記のことは明らかである。

替不可能な部分が大きいときは、育児市場財と育児時間の代替可能性（dx_C/dl の値）が小さいために、賃金が上昇するかあるいは育児市場財の価格が低下すると、初めは労働時間と子供の両方が増加する可能性もあるが、すぐに子供か就業かの選択になる[14)]。

4．おわりに

本論では、家計内の子供の需要に関するモデルを用いて、女性の市場労働時間と子供の需要との関係について分析した。

本論のモデルを用いた分析から2変数の関係について2つのケースが導出された。まず、（市場労働時間の変化による）育児市場財の変化が、育児時間の変化より子供の生産量を大きく変化させるケースでは、賃金の上昇あるいは育児市場財の価格の低下により、市場労働時間と子供の需要はともに増加する。一方、育児時間の変化のほうが子供の生産量を大きく変化させるケースでは、賃金の上昇あるいは育児市場財の価格の低下により、子供の需要は増加するが市場労働時間は減少する場合と子供の需要は減少するが市場労働時間は増加する場合が導出されるものの、2変数ともに増加する場合は導出されない。

そして、上記の2ケースのどちらのケースになるかは、育児市場財と育児時間の代替可能性に依存しており、代替可能性が大きいほど前者のケースになる可能性が高い。

（参考文献）

Becker, G.S. (1965) “A theory of the allocation of time”, *Economic Journal*, Vol. 75, No. 299

Mincer, Jacob. (1963) “Market Prices, Opportunity Cost and Income Effects”, in C. Christ, ed., *Measurement in Economics*, Stanford, CA: Stanford University Press, pp. 67-82

Willis, R.J. (1973) “A New Approach to the Economic Theory of Fertility Behavior”, *Journal of Political Economy*, March-April, pp. S14-s64

13）これは例えば、夜間保育や一時保育など多様な保育サービスが供給されており労働時間を十分にカバーできる状況であり、また、保育サービスの質が高く親の育児の中で保育サービスによって代替できる部分が大きい状況である。

14）ここでは、限界生産性逓減の法則が成り立っているため、$\partial C/\partial x_C$ と $\partial C/\partial t_C$ の値は、それぞれ x_C と t_C が増加していくと、小さくなる。そのため、生産要素が育児時間から育児市場財にシフトしていくと、$\partial C/\partial x_C$ の値は小さくなり、逆に $\partial C/\partial t_C$ の値は大きくなり、条件の不等式が $\dfrac{\partial C}{\partial x_C}\dfrac{\partial x_C}{\partial l} > \dfrac{\partial C}{\partial t_C}$ から $\dfrac{\partial C}{\partial x_C}\dfrac{\partial x_C}{\partial l} < \dfrac{\partial C}{\partial t_C}$ へと変化する。このスイッチポイントは、育児時間と育児市場財の代替可能性が大きいほど遅くなる。